корреляционная структура российского фондового рынка во время кризисов

Аннотация

В статье рассматриваются методы выявления и графической интерпретации сетевой структуры фондовых рынков с применением корреляционного анализа доходностей акций и фондовых индексов. На основе данных российского фондового рынка показывается, что его базовая структура может быть получена построением максимального остовного дерева корреляционного графа доходностей акций. Также в статье приводится пример применения предложенного подхода для визуализации динамики распространения кризисных явлений на фондовом рынке.

Ключевые слова: финансовый кризис, корреляционный анализ, выявление и визуализация, структура фондового рынка, кризисные явления на рынке акций

Динамика фондового рынка определяется коллективным мнением участников рынка о стоимостях акций и отражает доступную информацию в каждый момент времени. В свою очередь, для понимания факторов, определяющих динамику рынка акций, необходимо учитывать взаимосвязи между его структурными элементами, что зачастую представляет сложную задачу. Одним из способов решения данной проблемы является корреляционный анализ исторических данных о доходностях акций, который позволяет достаточно эффективно выделить определенную информацию о структуре и поведении фондового рынка. Как показано в работе [2], максимальные остовные деревья корреляционного графа доходностей акций могут достаточно полно отражать внутрен-

Кузьмичев Артем Геннадьевич
аспирант факультета экономики, Национальный исследовательский университет – Высшая школа экономики, г. Москва
art.kuzmichev@gmail.com

нюю структуру рынка акций, которые группируются в отдельные структуры на основе схожих экономических признаков (в частности, по отраслевому признаку). Более того, данный метод позволяет раскрыть иерархическую структуру фондового рынка, а также отслеживать динамику корреляций во времени.

Определение топологической меры и матрицы смежности графа

Для построения графов, описывающих корреляции акций, используем подход, описанный в работе [3]. Корреляция ρ_{ij} между двумя акциями i и j определяется следующим образом:

$$\rho_{ij} = \frac{E\left((X_i-\mu_i)(X_j-\mu_j)\right)}{\sigma_i\sigma_j} \quad (1)$$

где

X_i и X_j – логарифмические доходности акций;

i и j, μ_i и μ_j – средние значения логарифмических доходностей за рассматриваемый период;

σ_i и σ_j – стандартные отклонения случайных величин.

Для того чтобы отобразить взаимосвязь между акциями на плоскости, необходимо описать структуру графа. Тем менее, как показано в работах [1] и [2], корреляция не может служит топологической мерой, то есть расстоянием на плоскости. Поэтому матрица $D(d_{ij})$ смежности взвешенного графа должна быть определена следующим образом:

$$d_{ij} = \sqrt{2\left(1-\rho_{ij}\right)} \quad (2)$$

где

d – это вес ребра, определяющее расстояние между соответствующими вершинами графа.

Из этого определения следует, что полученный граф является топологически эквивалентным (гомеоморфным) корреляционному графу акций для неотрицательных корреляций, где более сильная корреляция отображается более близким расстоянием между акциями. Таким образом, при построении графа акции будут группироваться на плоскости с разной плотностью, и, следовательно, наиболее плотное распределение акций на плоскости должно наблюдаться у акций с наибольшей корреляцией между собой.

...максимальные остовные деревья корреляционного графа доходностей акций могут достаточно полно отражать внутреннюю структуру рынка акций

российский журнал менеджмента и бизнеса

Методы анализа корреляционной матрицы

Для анализа корреляционной матрицы используется ряд методов.

Основной способ первичного анализа и визуализации корреляционной матрицы сводится к построению специальных графиков – дендрограмм (максимальных корреляционных деревьев).

Наиболее простыми способами построения графических интерпретаций подобного типа являются метод «корреляционных плеяд» П.В. Терентьева и «вроцлавская таксономия», разработанная польскими учеными Вроцлавского математического института.

Алгоритм Терентьева осуществляет выделение сильно связанных групп признаков («корреляционных плеяд») и сводится к следующему. Задается пороговое значение коэффициента корреляции ρ_0, с помощью которого производится построение срезов корреляционного цилиндра, из которых формируется последовательность подграфов, принимаемых в качестве «плеяд». Узлами этих подграфов являются все рассматриваемые признаки, а ребрами – корреляционные связи по абсолютной величине больше ρ_0.

Пример выделения корреляционных плеяд приведен на *рис. 1* (*см. на с. 13б*).

Результатом вроцлавской таксономии является полный незамкнутый корреляционный путь, который можно отобразить в виде максимального остовного дерева графа. Он представляет собой графическую структуру, состоящую из m вершин, соединенных между собой (m – 1) ребрами так, что каждая вершина соединена хотя бы с одной другой. Если длину каждого ребра ассоциировать с величиной коэффициента корреляции ρ_{ij} между вершинами i и j, то такое остовное дерево имеет максимальную сумму длин соединяющих отрезков из всех возможных. Как уже отмечалось выше, так как корреляционная мера по своему смыслу является обратной мере дистанции, то граф максимального корреляционного пути идентичен «минимальному остовному дереву графа», то есть дереву минимальной протяженности.

Построение подграфа начинается с выбора двух наиболее сопряженных признаков, для чего в мат-

...при построении графа акции будут группироваться на плоскости с разной плотностью, и, следовательно, наиболее плотное распределение акций на плоскости должно наблюдаться у акций с наибольшей корреляцией между собой

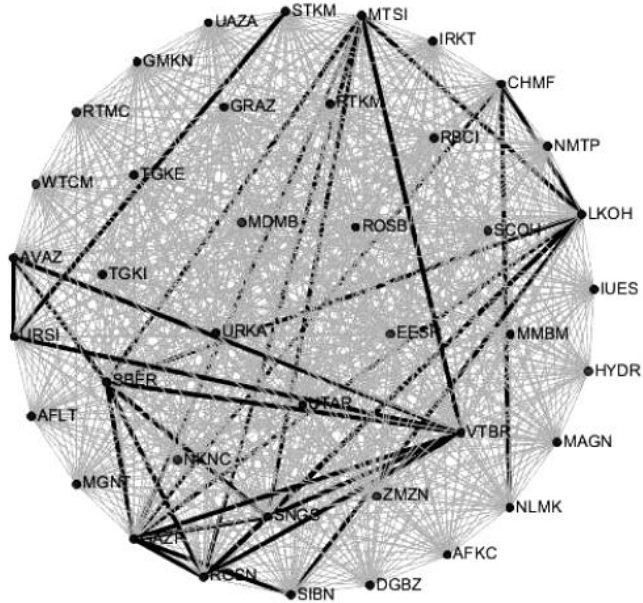


Рис. 1. Выделение подграфа на основе пороговых значений корреляции

рице коэффициентов корреляции определяется максимальное значение ρ_{ij}; признаки i и j образуют две первые вершины графа. Далее в строках i и j находится следующий наиболее сопряженный, образующий новую третью вершину. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не будут задействованы все признаки. Алгоритм вроцлавской таксономии полностью соответствует известному в кластерном анализе методу ближайшей связи.

Пример построения минимального остовного дерева приведен на *рис. 2* (*см. на с. 137*).

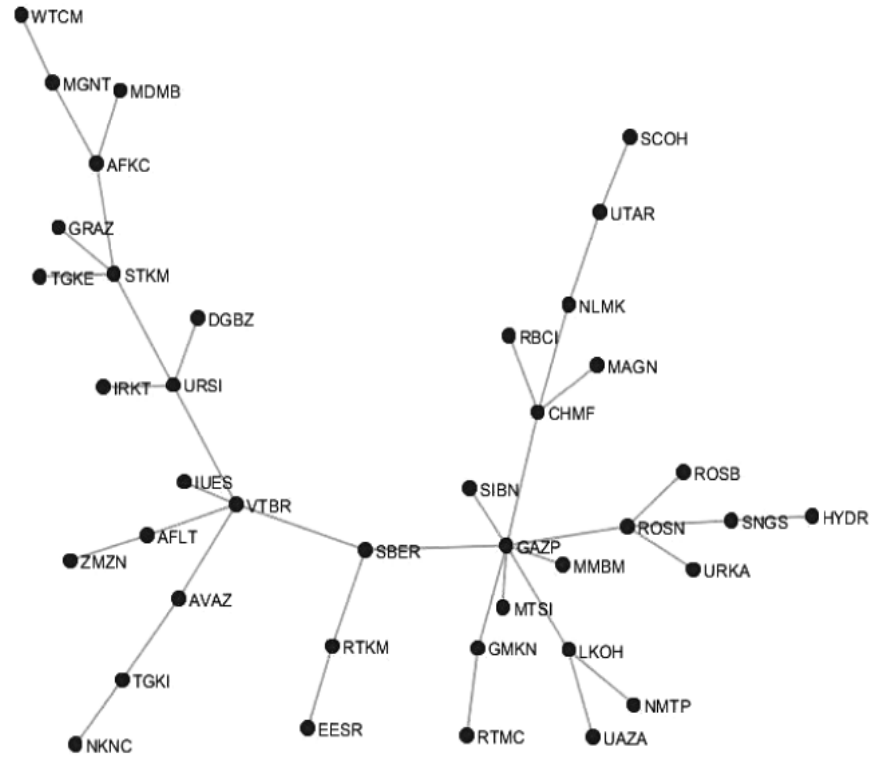
Оба метода имеют достаточно хорошую иллюстративность при любой размерности m корреляционной матрицы. Метод Терентьева, выделяющий все возможные внутриплеядные связи, более чувствителен к величине порога разбиения ρ_0, и при его снижении возможно загромождение графа малоинформативными ребрами. Количество ребер подграфа в этих условиях никогда не превышает (m – 1), однако структура полученных кластеров сильно зависит от случайных флуктуаций корреляционной матрицы: при незначительных изменени-

ях величины хотя бы одного коэффициента ρ_0 может произойти коренная перестройка всего графа.

Корреляционный анализ акций

Для построения корреляционной матрицы использовались данные по 40 акциям крупных российских компаний, торгующихся на ММВБ, после чего была определена матрица смежности соответствующего полного графа корреляций. Далее, на основе матрицы смежности было построено минимальное остовное дерево графа в соответствии с топологической мерой, определенной выше.

На *рис. 1* показано выделение корреляционной плеяды из графа на основе 40 акций для порогового значения $\rho_0 = 0{,}7$.



По данным ММВБ

Рис. 2. Минимальное остовное дерево графа.

На *рис. 2* приведено минимальное остовное дерево матрицы смежности для 40 акций российского фондового рынка. Вершины графа обозначают код акции (тикер), а расстояния между вершинами определяются метрикой d_{ij}, описанной выше.
Из данного графа хорошо видно, что «голубые фишки» российского рынка располагаются в центральной области, являясь неким «стержнем» корреляционного графа.

Корреляционные графы биржевых индексов

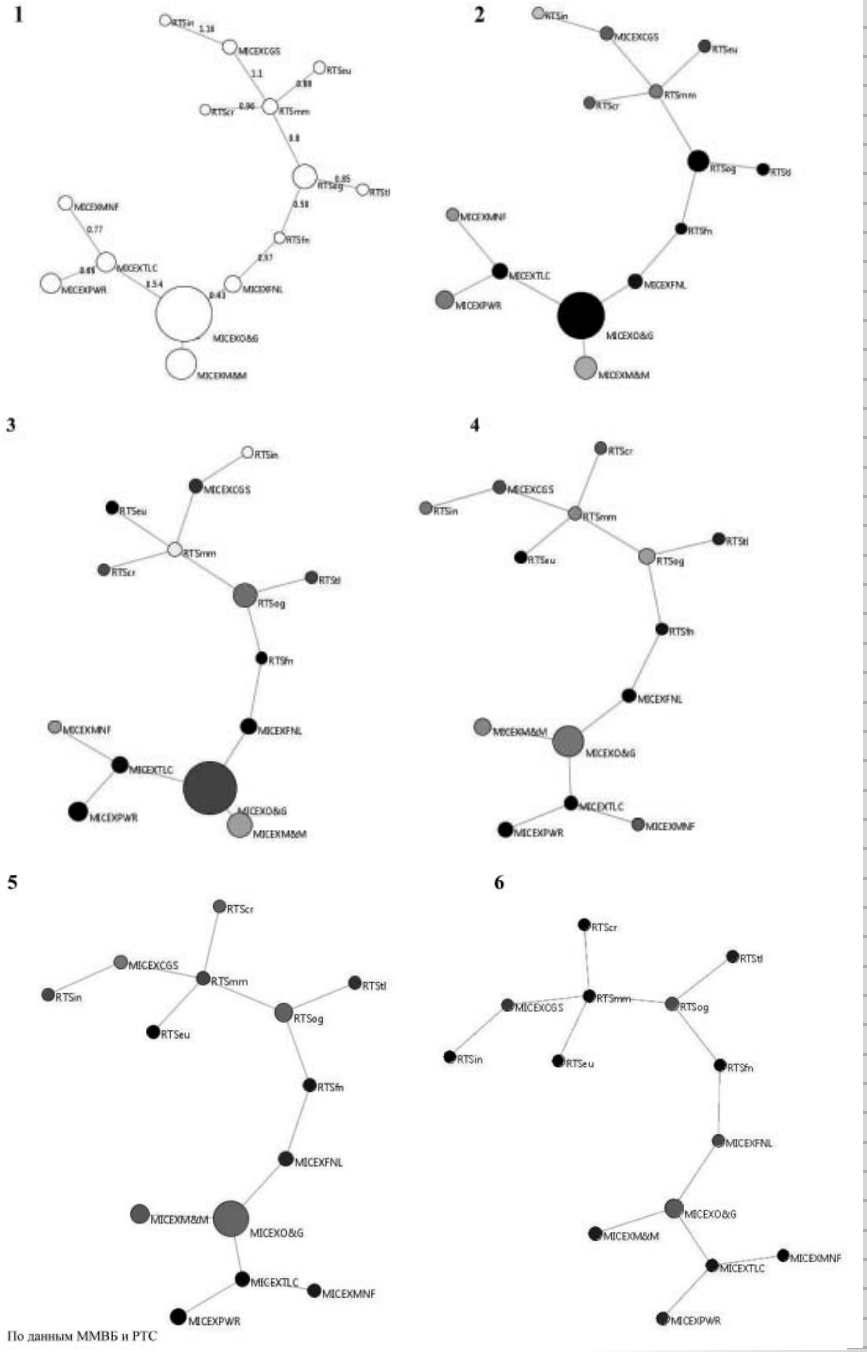
Далее, для визуализации и анализа корреляционной структуры рынка по отраслям, построим корреляционные графы отраслевых индексов ММВБ и РТС. Таким образом были построены графы, отражающие последовательность падения фондового рынка России. Более темная окраска вершин графов соответствует более сильному размеру падения индекса относительно других индексов. Размер вершин соответствует относительной капитализации конкретного индекса в данный момент времени.
Представления в виде корреляционных графов (*см. рис. на с. 139*), позволило в динамике рассмотреть падение фондового рынка и выделить кластеры индексов и характер их снижения. Анализ динамики корреляционных графов выявил, что:
– первыми стали снижаться компании финансового и нефтегазового сектора, которые находятся в центре графа;
– снижение других отраслевых индексов, находящихся дальше от центра, произошло с задержкой;
– отраслевые индексы каждой биржи группируются близко друг к другу, причем «мостом» между ними выступают индексы финансового сектора.
Таким образом, можно сделать вывод о том, что минимальное остовное дерево корреляционного графа достаточно полно отражает основную

...минимальное остовное дерево корреляционного графа достаточно полно отражает основную структуру фондового рынка и помогает выявить схожую динамику поведения как отраслей рынка, так и отдельных акций

Корреляционные графы
Развитие кризиса 2008 года на российском фондовом рынке (в разрезе отраслевых биржевых индексов ММВБ и РТС – слева направо, сверху вниз) →

По данным ММВБ и РТС

российский анализ бизнесов



По данным ММВБ и РТС

...взаимосвязанное падение котировок акции происходит по мере распространения негативных новостей и отражает эпидемию «ожиданий» общего ухудшения экономической ситуации

структуру фондового рынка и помогает выявить схожую динамику поведения как отраслей рынка, так и отдельных акций. Более того, со временем структура такого остовного дерева меняется относительно медленно, как показано в работе [1], поэтому можно эффективно выделять кластеры акций, отражающие определенные экономические характеристики, основываясь только на исторических данных о доходностях ценных бумаг.

«Эффект заражения» и «эпидемия ожиданий»

Одним из предположений о распространении кризисных явлений на финансовом рынке является предпосылка об «эффекте заражения», то есть об «эпидемическом» процессе переноса кризисных явлений от одного контрагента к другому, например, в результате дефолта по обязательствам. Как показали результаты, распространение кризисных явлений на рынке акций имеет сходство с подобными процессами, но, в случае фондового рынка, данное предположение скорее всего, не может быть полностью взято за основу объяснения механизмов распространения кризиса. В отличие от «эффекта заражения», например, в банковском секторе, где теория позволяет возникновение каскадных дефолтов вследствие невыполнения обязательств между контрагентами и последующего ухудшения балансов, взаимосвязанное падение котировок акции происходит по мере распространения негативных новостей и отражает «эпидемию ожиданий» общего ухудшения экономической ситуации.

Тем не менее, применение корреляционного анализа в комплексе с методами сетевой науки позволяет выявлять структуру и поведение фондовых рынков, основываясь только на исторических данных о доходностях ценных бумаг. Это может помочь при анализе акций, торгующихся на различных фондовых рынках, а также при решении об оптимизации портфеля ценных бумаг.

российский журнал анализов

Литература

1. J.-P. Onnela, A. Chakraborti, K. Kaski, J. Kertesz, Dynamic asset trees and portfolio analysis, http://xxx.lanl.gov/cond-mat/0208131 (2002).

2. R.N. Mantegna and H.E. Stanley, Correlations and Complexity in Finance, (Cambridge University Press, Cambridge, 1999).
3. Reginald D. Smith. The spread of the credit crisis: view from a stock correlation network. Journal of the Korean Physical Society, Vol. 54, No. 6, p. 2460–2463 (2009);
4. Salvatore Miccich, et al. Degree stability of a minimum spanning of price return and volatility. Physica A 324 (2003);
5. Шитиков В.К., Розенберг Г.С., Зинченко Т.Д. Методы системной идентификации. – Тольятти: ИЭВБ РАН, 2003..
6. ММВБ: официальный сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// www.micex.ru
7. RTS: официальный сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// www.rts.ru.
8. РБК: официальный сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http:// www.rbc.ru.

pn

Artyom G. Kuzmichyov
Postgraduate Student, Faculty of Economics,
National Research University – Higher School of Economics

The Correlation Structure of the Russian Stock Market in Crisis Times

Abstract

The article considers the methods of identification and graphic interpretation of the network structures of stock markets using the correlation analysis for the stock returns and stock indices. Based on the data of the Russian stock market the author shows that its basic structure can be obtained by building a maximum spanning tree of the correlation graph of earnings per share. The article also gives an example of applying the proposed approach to visualize the contagion dynamics of the crisis developments in the stock market.

Keywords: financial crisis, correlation analysis, identification and visualization, structure of the stock market, crisis developments in the stock market