



Использование аналитических моделей для формирования вариантов схем производственной кооперации в рамках группы предприятий

Туркин М.В.¹

¹ ПАО «Объединенная авиастроительная корпорация», Москва, Россия

АННОТАЦИЯ:

В данной работе предлагается методология адаптации прицепов концепции В. Леонтьева «затраты-выпуск» для построения комплекса аналитических моделей формирования схем производственной кооперации. В основе комплекса моделей лежит анализ балансов мощностей по базовым технологическим переделам предприятий участвующих в кооперации с учетом возможности решения как прямой, так и обратной задачи распределения ресурсов и инвестиционного планирования. Предлагаемый алгоритм позволяет решать задачи кооперации в детерминированной постановке для случая полной информацией об исходных данных о мощностях и их загрузке, а также в стохастической постановке для случаев неопределенности в планируемой товарной программе.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: затраты-выпуск, подготовка производства, инвестиционное планирование, моделирование схем кооперации, баланс мощностей.

The use of analytical models for the formation of variants of production cooperation schemes within the group of enterprises

Turkin M.V.¹

¹ PJSC "United Aircraft Corporation", Russia

Введение

В современных условиях управление отраслями промышленности невозможно без использования информационно-аналитических систем управления (далее - ИАСУ). В качестве ядра таких ИАСУ целесообразно включить комплекс моделей для построения вариантов схем производственной кооперации, описывающих как отдельное предприятие отрасли, так и, - что особенно важно, - взаимодействие предприятий отрасли (группы взаимодействующих предприятий).

В данной статье рассматривается разработка комплекса математических моделей для формирования вариантов схем производственной кооперации между предприятиями машиностроительной промышленности.

Структура и содержание комплекса моделей

По функциональному назначению в состав комплекса входят три группы моделей: модели планирования, модели функционирования и модели инвестирования. По отношению к виду представления исходных данных модели разделяются на две группы: модели с полной информацией об исходных данных – модели в детерминированной постановке, и модели с неполной информацией об исходных данных – модели в стохастической постановке.

В состав моделей планирования входят:

- балансовая модель планирования производства на предприятиях;
- оптимизационные модели планирования производства на предприятиях;
- модели производства продукции с учетом внешнеторговых связей;
- модель оптимизации состава взаимодействующих предприятий.

Все модели планирования построены на основе концепции В. Леонтьева «затраты-выпуск» [2] (*Leontev, 2006*).

Балансовая модель планирования производства на предприятиях представляет собой интегрированную модель, объединяющую модель взаимодействия группы предприятий с моделью отдельного предприятия из этой группы [4] (*Rizvanova, 2015*). Балансовая модель позволяет составлять планы совместного производства группы взаимодействующих предприятий и одновременно детальные планы производства продукции в цехах отдельного предприятия (любого) из этой группы.

ABSTRACT:

In this paper we propose a methodology for adapting the principles of the concept of V. Leontiev "input-output" to build a set of analytical models for the formation of production cooperation schemes. The basis of the set of models is the analysis of the balance of capacity on the basic technological redistribution of enterprises involved in cooperation, taking into account the possibility of solving both direct and inverse problems of resource allocation and investment planning. The proposed algorithm makes it possible to solve the problems of cooperation in a deterministic formulation for the case of complete information about the initial data on capacities and their loading, as well as in a stochastic formulation for cases of uncertainty in the planned product program.

KEYWORDS: input-output, preparation of production, investment planning, modeling schemes of cooperation, the balance of power

JEL Classification: L23, L26, L29

Received: 10.04.2018 / Published: 28.12.2018

© Author(s) / Publication: CREATIVE ECONOMY Publishers
For correspondence: Turkin M.V. (mt404@mail.ru)

CITATION:

Turkin M.V. [2018] Ispolzovanie analiticheskikh modeley dlya formirovaniya variantov skhem proizvodstvennoy kooperatsii v ramkakh gruppy predpriyatiy [The use of analytical models for the formation of variants of production cooperation schemes within the group of enterprises]. Rossiyskoye predprinimatelstvo. 19. [12]. – 3967-3980. doi: 10.18334/rp.19.12.39634

Эти планы включают решение прямой задачи, когда сначала задаются объемы выпуска конечной продукции всех предприятий рассматриваемой группы, а также объемы выпуска конечной продукции цехами любого отдельного предприятия из этой группы. Решение прямой задачи дает расчет требуемых объемов валового выпуска продукции предприятий данной группы взаимодействующих предприятий и валового выпуска продукции любого отдельного предприятия из этой группы.

Оптимизационные модели планирования производства на предприятиях представляют собой балансовую модель производства продукции, рассмотренную выше, но в оптимизационной постановке. Это означает, что сформулирована целевая функция группы взаимодействующих предприятий в виде суммарного объема выпуска конечной продукции в заданных пропорциях и любого отдельного предприятия в заданных пропорциях по предприятиям. Кроме этого сформулирована целевая функция любого отдельного предприятия как сумма выпуска конечной продукции цехов этого предприятия в заданных пропорциях по цехам.

Далее задаются ограничения на производственные мощности группы взаимодействующих предприятия предприятий и мощности цехов любого отдельного предприятия [7] (*Shataeva, 2014*). При этих условиях ставится оптимизационная задача определения максимального объема выпуска конечной продукции группы предприятий и цехов любого отдельного предприятия.

Модели производства продукции с учетом внешнеторговых связей представляют собой расширенные модели, в которых отдельно учитывается производство продукции для внутреннего рынка и на экспорт, введены переменные, отражающие затраты импортных товаров при производстве продукции, введена величина сальдо внешнеторгового баланса и другие, относящиеся к внешней торговле переменные.

Эти модели позволяют решать задачи оптимальной загрузки производственных мощностей предприятий с точки зрения обеспечения как внутренних потребностей, так поставок продукции на экспорт. В этих моделях задаются ограничения на внешнеторговую деятельность как по номенклатуре продуктов, так и в виде ограничения снизу на величину сальдо внешнеторгового баланса. Кроме того, эти модели с двумя критериями оптимизации: объема конечной продукции для внутреннего потребления и продукции, выпускаемой на экспорт. Разработаны несколько алгоритмов решения двухкритериальных задач: методом уступок и методом свертки к одному критерию.

ОБ АВТОРЕ:

Туркин Михаил Владимирович, начальник отдела развития производственных технологий, кандидат технических наук (mt404@mail.ru)

ЦИТИРОВАТЬ СТАТЬЮ:

Туркин М.В. Использование аналитических моделей для формирования вариантов схем производственной кооперации в рамках группы предприятий // Российское предпринимательство. – 2018. – Том 19. – № 12. – С. 3967-3980. doi: [10.18334/rp.19.12.39634](https://doi.org/10.18334/rp.19.12.39634)

В состав моделей функционирования входят следующие блоки (модели):

- расчета затрат на производство и определение объема выпуска продукции;
- расчета выручки за проданные товары;
- расчета налогов и сборов;
- расчета остатка денежных средств предприятия.

Основу моделей функционирования группы предприятий составляют динамические модели, описывающие производство продукции - модель затрат на выпуск продукции и модель выпуска продукции [5] (*Romanov, 2006*). Хотя приводится описание функционирования только одного предприятия, взаимодействие с остальными предприятиями осуществляется посредством взаимных поставок промежуточной продукции. Выпуск продукции отдельного предприятия зависит от поставок продукции других предприятий.

Кроме этих моделей в состав группы моделей функционирования включены модели расчета финансовых показателей, модели материально-технического обеспечения производства продукции, модели сбыта произведенной продукции.

В моделях функционирования предприятий выпуск продукции ограничивается мощностью производственных линий предприятий и количеством занятых работников (с учетом коэффициента сменности). Шаг по времени в моделях задается в зависимости от характера и масштаба производства, а также учета деталей моделирования процессов производства и сбыта производимой продукции.

Модели инвестирования являются наиболее сложными среди всего комплекса моделей планирования и управления группой взаимодействующих предприятий. Для упрощения анализа и построения моделей инвестирования целесообразно период реализации инвестиционного производственного проекта разделить на инвестиционный период, в течение которого выполняются все подготовительные работы и эксплуатационный период, который следует непосредственно за инвестиционным периодом. В течение эксплуатационного периода предприятия реализуют цель инвестиционного производственного проекта: сначала компенсируют инвестиционные затраты, а затем получают прибыль [6] (*Romanov, 2005*).

Моделирование динамических процессов инвестиционного периода группы взаимодействующих предприятий, включающее оптимизацию многих показателей, представляет собой чрезвычайно трудную задачу, которая осложняется требованием согласованности (совместности) огромного количества параметров, факторов и показателей. Поэтому группу моделей инвестирования целесообразно декомпозировать на две части. Модели первой части служат для определения конечной точки инвестиционного периода, а модели второй части определяют траекторию движения выходных показателей предприятий (точки в фазовом пространстве моделей) от начальной до конечной точки инвестиционного периода. При этом модели первой части можно представить как решение статических оптимизационных задач. Поскольку целью разработки группы инвестиционных моделей исследования реализации инвестицион-

ного производственного проекта является определение оптимальных характеристик, включая минимизацию времени инвестиционного периода, то и модели второй части должны быть оптимизационными.

Модель группы взаимодействующих предприятий

Запишем модель «затраты-выпуск» для описания взаимодействия группы предприятий в многопродуктовом представлении в виде системы уравнений:

$$x_i = \sum_{j=1}^{M_N} a_{ij} x_j + y_i, \quad i = 1, \dots, M_N, \quad (1)$$

где x_i – валовой выпуск продукции предприятия i ; a_{ij} – коэффициент прямых внешних затрат на предприятии j продукции, работ или услуг предприятия i ; y_i – выпуск конечной продукции на предприятии i ; M_N – количество предприятий.

Управление группой предприятий включает составление производственных планов по выпуску продукции. Допустим, что в составе группы взаимодействующих предприятий имеются две группы. Первая группа в основном выпускает продукцию для конечного потребления, а вторая группа в основном выпускает промежуточную продукцию, которая поступает на предприятия первой группы, обеспечивая таким образом выпуск конечной продукции этой группы. Такой состав взаимодействующих предприятий можно наблюдать, например, в авиастроении. В первую группу входят сборочные предприятия, а во вторую группу предприятия, поставляющие на предприятия первой группы материалы, детали, комплектующие изделия и пр. [1] (*Aleksashin, 2008*).

Для рассматриваемой группы взаимодействующих предприятий производственные планы сначала устанавливаются для предприятий, выпускающих конечную продукцию. Исходя из планов предприятий, выпускающих конечную продукцию, составляются производственные планы предприятий, выпускающих промежуточную продукцию для обеспечения выпуска этой конечной продукции [3] (*Poklad, Eliseev, Turkin, 2012*).

Модель отдельного предприятия

Рассмотрим одно из предприятий модели (1) с индексом j , $j = 1, \dots, M_N$. Допустим, что производство на предприятии с индексом j осуществляется как взаимодействие k цехов (площадок, производственных линий и т.д.), $k = 1, \dots, M_K^j$, количество которых обозначим как M_K^j . В цеха этого предприятия, кроме промежуточной продукции других цехов этого же предприятия, поступает промежуточная продукция от других предприятий с индексами $i = 1, \dots, M_N$. Вектор-столбец $a_{ij} x_j$, $i = 1, \dots, M_N$, $i \neq j$ для предприятия с индексом j представляет собой промежуточную продукцию, передаваемую предприятием i предприятию j .

Промежуточная продукция поступает на предприятие j от каждого предприятия $i \neq j$. Допустим, что эта промежуточная продукция распределяется по цехам k предприятия j пропорционально валовому выпуску в долях, определяемых величинами ϕ_{ijk} , $\sum_{k=1}^{M_K^j} \phi_{ijk} = 1$, $i, j = 1, \dots, M_N$. Тогда в цех k передается промежуточная продукция для предприятия j в объеме $\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_j x_j$.

Тогда систему уравнений затрат и выпуска продукции отдельного предприятия j из множества M_N можно записать в виде:

$$z_{jk} = \sum_{l=1}^{M_K^j} \beta_{kl} z_{jl} + \sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} x_j + w_{jk}, k = 1, \dots, M_K^j, \quad (2)$$

где z_{jk} – валовой выпуск продукции цеха k предприятия j ; β_{kl} – коэффициент внутренних затрат в цехе k продукции, работ или услуг цеха l предприятия j ; ϕ_{ijk} – доля передаваемой промежуточной продукции от предприятия i на предприятие j в цеха k ; w_{jk} – выпуск конечной продукции (выполнение работ, оказание услуг) в цехе k предприятия j как цели его производственной программы; M_K^j – количество цехов на предприятии j .

Уравнение (2) «затраты-выпуск» для отдельного предприятия в отличие от уравнения (1) описывает выпуск предприятием нескольких продуктов, на что указывает вектор выпуска конечной продукции w_{jk} , $k = 1, \dots, M_K^j$ в правой части этого уравнения, индекс k которого определяет выпуск конечной продукции цехом k . Таким образом, предприятие может выпускать несколько видов продукции, каждый из которых выпускается отдельным цехом.

Правая часть уравнения (2) включает, в отличие от уравнения (1) «затраты-выпуск» группы предприятий, три слагаемых. Первые два слагаемых – это передаваемая промежуточная продукция, а третье слагаемое – конечная продукция.

Первое слагаемое $\sum_{l=1}^{M_K^j} \beta_{kl} z_{jl}$ это промежуточная продукция, передаваемая в другие цеха данного предприятия.

Второе слагаемое $\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} x_j$ это промежуточная продукция, поступившая на предприятие j из предприятия i и распределенная в цех k , $k = 1, \dots, M_K^j$ предприятия j . В уравнении (1) в правой части первое слагаемое определяет промежуточную продукцию, передаваемую другим предприятиям, а второе слагаемое – выпускаемую конечную продукцию.

Модель (2) отдельного предприятия из множества предприятий, описываемого

моделью (1), связана посредством второго слагаемого $\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} x_j$ поставок промежуточной продукции из предприятия i на предприятие j .

Кроме того, эти модели связаны по выпускаемой конечной продукции: величины конечного выпуска продукции предприятий y_j и конечного выпуска цехов отдельного предприятия w_{jk} соотношением:

$$y_j = \sum_{k=1}^{M_K^j} w_{jk}, \quad j = 1, \dots, M_N.$$

Совместная система уравнений (1) и (2) является обобщением основной системы уравнений (1) для группы взаимодействующих предприятий с учетом детализации производственной деятельности одного из предприятий (любого).

Рассмотрим более подробно систему уравнений (2), описывающих одно предприятие с точки зрения формирования технико-экономических показателей работы цехов и в целом этого предприятия и реализации его производственной программы.

Величина $\beta_{kl} z_{jl}$ для предприятия j представляет собой технико-экономический показатель k , потребляемый в цехе l – внутренний показатель, а величина β_{kl} – это внешний технико-экономический показатель деятельности предприятия. Коэффициенты β_{kl} представляют собой нормативы затрат цехов (цеха l в цехе k).

Рассмотрим теперь систему уравнений (1). Будем считать, что предприятие, на котором детально рассматривается производственная структура, имеет индекс j . Тогда коэффициенты $\phi_{ijk} a_{ij}$ являются нормативными коэффициентами внешних затрат материалов (работ, услуг).

Кроме этих нормативов устанавливаются нормативы трудоемкости производства в цехах в виде количества человеко-часов, требуемых для выполнения работ в цехах с разбивкой по видам работников: рабочие сменные, рабочие дневные, инженерно-технические работники, служащие, управленческий персонал (может быть выбрано другое разбиение). Все эти нормативы относятся к предприятию с индексом j . Обозначим ξ_{jkm} трудоемкость выполнения работ на предприятии j в цехе k работником вида m .

Отдельную группу составляют нормативы амортизации с разбивкой на основные средства и прочее оборудование, цеховые расходы с разбивкой на условно-переменные и условно-постоянные, общезаводские расходы и внепроизводственные расходы (для каждого норматива могут быть выбраны другие виды разбивки). Обозначим нормативы амортизации ζ_{jkn} в цехе k предприятия j для оборудования вида n , общезаводские расходы γ_{jkp} в цехе k предприятия j по видам p , общезаводские расходы μ_{jk} , относящиеся к цеху k предприятия j , и внепроизводственные расходы η_{jk} , относящиеся к цеху k предприятия j .

Нормативы являются исходной базой для расчета технико-экономических показателей, составления производственной программ и определения возможностей ее реализации.

Расчет производственной программы по цехам предприятия j – величина z_{jk} вычисляется исходя из заданных нормативов $\phi_{ijk} a_{ij}$, технико-экономических показателей $\phi_{ijk} a_{ij}^x$ и заданных величин выпуска конечной продукции w_{jk} .

Общие потребности цеха k рассматриваемого предприятия j во внешних затратах (материалы, работы, услуги и пр.), обозначаемые $\bar{\alpha}_{jk}$, определяются суммированием видов внешних затрат (по индексу i , $i=1, \dots, M_N$):

$$\bar{\alpha}_{jk} = \sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij}^x j.$$

Аналогично вычисляем трудовые затраты в человеко-часах на производство в цехах с разбивкой по группам работников, обозначаемые той же буквой, что и трудовые нормативы, но со знаком «тильда» или «крышечка» наверху – $\tilde{\xi}_{jkm}$, аналогично сумму амортизации с выделением амортизации оборудования и прочих основных средств – $\tilde{\zeta}_{jkn}$, общецеховые расходы – $\hat{\gamma}_{jkp}$, общезаводские расходы – $\hat{\mu}_{jk}$ и внепроизводственные расходы – $\hat{\eta}_{jk}$: $\tilde{\xi}_{jkm} = \xi_{jkm} z_{jk}$; $\tilde{\zeta}_{jkn} = \zeta_{jkn} z_{jk}$; $\hat{\gamma}_{jkp} = \gamma_{jkp} z_{jk}$; $\hat{\mu}_{jk} = \mu_{jk} z_{jk}$; $\hat{\eta}_{jk} = \eta_{jk} z_{jk}$.

Общие трудовые затраты цеха k предприятия j , обозначаемые $\tilde{\xi}_{jk}$, определяются суммированием по группам работников:

$$\tilde{\xi}_{jk} = \sum_{m=1}^{M_{\xi}} \tilde{\xi}_{jkm},$$

где M_{ξ} – количество групп работников.

Сумма амортизации по цеху k предприятия j , обозначаемая $\tilde{\zeta}_{jk}$, определяется суммированием амортизации по группам оборудования цеха:

$$\tilde{\zeta}_{jk} = \sum_{n=1}^{M_{\zeta}} \tilde{\zeta}_{jkn},$$

где M_{ζ} – количество групп амортизируемого оборудования цеха.

Общецеховые расходы $\hat{\gamma}_{jk}$ определяются суммированием таких расходов по их видам:

$$\hat{\gamma}_{jk} = \sum_{p=1}^{M_p} \hat{\gamma}_{jkp}$$

где M_p – количество видов общецеховых расходов цеха групп амортизируемого оборудования цеха k .

Суммарные цеховые расходы цеха k предприятия j , обозначаемые q_{jk} , определяются суммированием:

$$q_{jk} = \hat{\alpha}_{jk} + \hat{\xi}_{jk} + \hat{\zeta}_{jk} + \hat{\gamma}_{jk} + \hat{\mu}_{jk} + \hat{\eta}_{jk}.$$

В составе суммарных расходов цеха не указана сумма затрат на незавершенное производство в силу того, что алгоритм этого расчета определяется спецификой предприятий и их цехов. На каждом предприятии в плановом отделе и бухгалтерии всегда имеются методики расчета этого показателя.

На основе сформулированной интегрированной модели группы предприятий можно рассчитывать производственные программы выпуска продукции в виде постановки прямой и обратной задач.

Расчет производственной программы. Решение прямой задачи

Расчет производственной программы группы рассматриваемых взаимодействующих предприятий начинается с задания вектора производства конечной продукции, который обозначим \hat{y}_i . Далее рассчитываются требуемые объемы валового выпуска предприятий. Эти объемы, обозначаемые \hat{x}_i , определяются решением системы уравнений (1) относительно заданного вектора \hat{y}_i :

$$\hat{x}_i = \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \hat{y}_j, \quad (3)$$

где b_{ij} – элементы матрицы, обратной к матрице $(\delta_{ij} - \alpha_{ij})$, $i, j = 1, \dots, M_N$;

δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$).

Для системы уравнений (1) принято допущение, что матрица $(\delta_{ij} - \alpha_{ij})$ продуктивная, т.е. обратная матрица существует и доставляет решение системы уравнений (1) такое, что $\hat{x}_i \geq 0$.

Для расчета производственной программы по цехам предприятия – величины z_k , $k = 1, \dots, M_K^i$, полагаем, что в системе уравнений (2) вектор w_{jk} задан и обозначим его \hat{w}_{jk} . Подставив в систему уравнений (2) вектор \hat{w}_{jk} , а также выражение (3) для вектора \hat{x}_i , получим:

$$z_{jk} = \sum_{l=1}^{M_K^i} \beta_{kl} z_{jl} + \sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \hat{y}_j + \hat{w}_{jk}, \quad k = 1, \dots, M_K^i. \quad (4)$$

Обозначим v_{jk} сумму второго и третьего слагаемых правой части системы уравнений (4):

$$v_{jk} = \sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \hat{y}_j + \hat{w}_{jk}.$$

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$z_{jk} = \sum_{l=1}^{M_K} \beta_{kl} z_{jl} + v_{jk}.$$

Решая систему уравнений (4) относительно v_{jk} , получаем искомое значение z_{jk} , которое обозначим \hat{z}_{jk} :

$$\hat{z}_{jk} = \sum_{l=1}^{M_K} \lambda_{kl} v_{jl},$$

где λ_{kl} – элементы матрицы, обратной к матрице $(\delta_{kl} - \beta_{kl})$, $k, l = 1, \dots, M_K$; δ_{kl} – символ Кронекера ($\delta_{kl} = 1$ при $k = l$, $\delta_{kl} = 0$ при $k \neq l$).

Для системы уравнений (2) также принято допущение, что матрица $(\delta_{kl} - \beta_{kl})$ продуктивная, т.е. обратная матрица существует и доставляет решение системы уравнений (2) такое, что $\hat{z}_{jk} \geq 0$.

Решение прямой задачи можно использовать для решения задачи управления по развитию производственных мощностей предприятия и цехов.

Расчет производственной программы. Решение обратной задачи

Полученное выше решение представляет собой прямую задачу, когда для заданных векторов выпуска конечной продукции рассчитываются требуемые объемы валового производства продукции предприятий и цехов. В обратной задаче для исходных данных валовых выпусков продукции предприятий и цехов (заданных мощностей) требуется определить выпуск конечной продукции. Решение обратной задачи можно получить, решая системы уравнений (1) и (2) относительно заданных величин валовых выпусков продукции (заданных мощностей) предприятий x_j , $i = 1, \dots, M_N$ и мощностей цехов z_{jk} предприятия j , $j = 1, \dots, M_N$, $k = 1, \dots, M_K$. Вообще говоря, это оптимизационная задача, поскольку заданные величины мощностей обычно могут не быть сбалансированными, т.е. не все производственные мощности будут загружены.

Если задать условие, что конечная продукция выпускается в заданных пропорциях, то решение можно получить в аналитическом виде. Допустим, что общий объем выпуска конечной продукции предприятий, обозначаемый Y , распределяется по предприятиям в пропорциях, определяемых вектором \mathcal{E}_j :

$$\varepsilon_i = \frac{y_i}{Y}, \quad i=1, \dots, M_N, \quad (5)$$

$$\text{где } Y = \sum_{i=1}^{M_N} y_i.$$

Введем коэффициенты ψ_{ik} , которые представляют долю конечной продукции цеха k в общем объеме выпуска конечной продукции y_i предприятия i :

$$\psi_{ik} = \frac{w_{ik}}{y_i}, \quad k=1, \dots, M_K^i, \quad \text{где } y_i = \sum_{k=1}^{M_K^i} w_{ik}. \quad (6)$$

Из соотношений (5) и (6) получаем выражения для векторов y_i и w_k :

$$y_i = \varepsilon_i Y \quad \text{и} \quad w_{ik} = \psi_{ik} y_i, \quad i=1, \dots, M_N, \quad k=1, \dots, M_K^i.$$

Рассмотрим систему равенств (3). Они выполняются только как решение системы уравнений (1). Если в этих равенствах зафиксировать величину \hat{x}_i , а величину \hat{y}_i сде-

лать свободной, то равенства выполняться не будут. Они превратятся в неравенства

вида $\hat{x}_i \geq \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} y_j$. Докажем, что неравенства вида $\hat{x}_i \leq \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} y_j$ не могут выпол-

няться. Выполним это доказательство от противного. Допустим, что эти неравенства выполняются. Обозначим вектор y_j , удовлетворяющий этим неравенствам \hat{y}_j .

Поскольку вектор \hat{y}_j может принимать любые значения, а вектор $\hat{x}_i > 0$, то можно

подобрать столь малые его значения вектора \hat{y}_j , что неравенства $\hat{x}_i \leq \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} y_j$

не будут выполняться. Поскольку получено противоречие, то остается принять, что

выполняются неравенства $\hat{x}_i \geq \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} y_j$.

Подставив в эти неравенства величину $y_j = \varepsilon_j Y$, получаем систему неравенств:

$$\hat{x}_i \geq \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \varepsilon_j Y \geq Y \sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \varepsilon_j.$$

Из этих неравенств получаем систему неравенств для неизвестной величины Y :

$$Y \leq \frac{\hat{x}_i}{\sum_{j=1}^{M_N} b_{ij} \varepsilon_j}, \quad i = 1, \dots, M_N.$$

Величины в правой части этих равенств представляют собой компоненты вектора, которые обозначим g_i , $i = 1, \dots, M_N$.

Поскольку величина Y должна быть меньше или равна любой компоненте вектора g_i , то получаем, что величина Y равна:

$$Y = \min_i g_i.$$

Рассмотрим теперь систему уравнений (2). Решение этой системы уравнений относительно вектора w_{jk} можно записать в виде:

$$z_{jk} = \sum_{l=1}^{M_K^i} \lambda_{kl} \left(\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} x_j + w_{jk} \right), \quad k = 1, \dots, M_K^i. \quad (7)$$

Подставив в (7) вместо z_k и x_j заданные значения \hat{z}_k и \hat{x}_j , а вместо w_{jk} выражение $w_{jk} = \psi_{jk} y_j$, рассуждая аналогично предыдущему выводу относительно величины Y , получаем систему неравенств:

$$\hat{z}_{jk} \geq \sum_{l=1}^{M_K^i} \lambda_{kl} \left(\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} \hat{x}_j + \psi_{jk} y_j \right).$$

После преобразований этих неравенств получаем систему неравенств для величины y_j :

$$y_j \leq \frac{\hat{z}_{jk} - \sum_{l=1}^{M_K^i} \lambda_{kl} \left(\sum_{i=1}^{M_N} \phi_{ijk} a_{ij} \hat{x}_j \right)}{\sum_{l=1}^{M_K^i} \psi_{jk} \lambda_{kl}}.$$

Обозначив вектор в правой стороне этих неравенств c_{jk} аналогично предыдущему выводу величины Y , получаем:

$$y_j = \min_k c_{jk}.$$

Решение обратной задачи, как и прямой, можно использовать для составления программ развития производственных мощностей отдельных предприятий и всего комплекса промышленного производства.

Заключение

Предложенный комплекс аналитических моделей, построенных на принципах «затраты-выпуск» и адаптированных под особенности взаимодействия группы машиностроительных предприятий, позволяет:

1) проводить аналитическую оценку стоимости производства заданного изделия на основе базовых характеристик входящих в него изделий, существующего производства и цепочки поставщиков комплектующих;

2) осуществлять генерацию вариантов кооперации основного производства и производства технологической оснастки по известной структуре работ над основными составляющими изделий с использованием модели отраслевого баланса на основе информации о мощностях претендентов на кооперацию на фоне исполнения ими других программ/планов;

3) проводить формирование оптимальной (по задаваемому критерию) кооперации. Выбор критериев оптимизации из ряда – максимальный выпуск конечной продукции в натуральном выражении, максимальный выпуск в денежном выражении, минимальная себестоимость, то же для каждого исполнителя.

ИСТОЧНИКИ:

1. Алексахин А.А. Организационное проектирование интегрированных производственных структур в авиационной промышленности (на примере авиационного двигателястроения) // *Авиакосмическая техника и технология*. – 2008. – № 1. – с. 25-33.
2. Леонтьев В.В. Избранные произведения: в 3 т. / Т. 1: *Общэкономические проблемы межотраслевого анализа*. – М.: Экономика, 2006. – 407 с.
3. Поклад В.А., Елисеев Д.Н., Туркин М.В. Концепция реструктуризации конструкторско-технологической подготовки и производства наукоемких машиностроительных предприятий в целях повышения их конкурентоспособности на примере ФГУП «НПЦ газотурбостроения «Салют // *Двигатель*. – 2012. – № 5(83). – с. 18-21.
4. Ризванова М.А. Применение модели межотраслевого баланса В. Леонтьева в прогнозировании экономики // *Вестник Башкирского университета*. – 2015. – № 3. – с. 927-932.
5. Романов Б.А. Стохастическая статическая модель реализации производственного проекта группой предприятий в условиях технических и экономических рисков при изменении всех параметров // *Естественные и технические науки*. – 2006. – № 1. – с. 236-241.

6. Романов Б.А. Модель реализации производственного проекта группой предприятий // Естественные и технические науки. – 2005. – № 6. – с. 188-199.
7. Шамаева Н.П. Промышленная кооперация как фактор экономического развития // Вестник Удмуртского университета. – 2014. – № 1. – с. 98-108.

REFERENCES:

- Aleksashin A.A. (2008). Organizatsionnoe proektirovanie integrirovannykh proizvodstvennykh struktur v aviatsionnoy promyshlennosti (na primere aviatsionnogo dvigatelestroeniya) [Organizational design of integrated production structures in the aviation industry (on the example of aircraft engine building)]. Aviakosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya. (1). 25-33. (in Russian).
- Leontev V.V. (2006). Izbrannye proizvedeniya: v 3 t [Selected works: 3 v.] M.: ZAO "Izdatelstvo "Ekonomika". (in Russian).
- Poklad V.A., Eliseev D.N., Turkin M.V. (2012). Kontseptsiya restrukturalizatsii konstruktorsko-tekhnologicheskoy podgotovki i proizvodstva naukoemkikh mashinostroitelnykh predpriyatiy v tselyakh povysheniya ikh konkurentosposobnosti na primere FGUP "NPTs gazoturbostroeniya "Salyut [The concept of restructuring of design and technological preparation and production of high-tech machine-building enterprises in order to improve their competitiveness on the example of "SPC gas turbine "Salyut"]. Dvigatel. (5(83)). 18-21. (in Russian).
- Rizvanova M.A. (2015). Primenenie modeli mezhotraslevogo balansa V. Leonteva v prognozirovanii ekonomiki [The use of the Leontief inter-industry balance model in forecasting]. Vestnik Bashkirskogo universiteta. 20 (3). 927-932. (in Russian).
- Romanov B.A. (2005). Model realizatsii proizvodstvennogo proekta gruppy predpriyatiy [Model of implementation of the production project by a group of enterprises]. Estestvennye i tekhnicheskie nauki. (6). 188-199. (in Russian).
- Romanov B.A. (2006). Stokhasticheskaya staticheskaya model realizatsii proizvodstvennogo proekta gruppy predpriyatiy v usloviyakh tekhnicheskikh i ekonomicheskikh riskov pri izmenenii vseh parametrov [Stochastic static model of implementation of the production project by a group of enterprises in terms of technical and economic risks when changing all parameters]. Estestvennye i tekhnicheskie nauki. (1). 236-241. (in Russian).
- Shamaeva N.P. (2014). Promyshlennaya kooperatsiya kak faktor ekonomicheskogo razvitiya [Industrial corporation as a factor of economic development]. Bulletin of Udmurt University. (1). 98-108. (in Russian).