Горн А.П.
канд. экон. наук, ст. преподаватель кафедры
«Финансов денежного обращения и кредита»
Тюменского государственного университета,
Международный институт финансов, управления и бизнеса

не теряемся!

математическая постановка задачи минимизации потерь фирмы, оказывающей интеллектуально-креативные услуги

Интеллектуально-креативные ресурсы, как важнейший фактор повышения эффективности в любой сфере деятельности в большинстве случаев сохраняют и даже увеличивают степень своей эффективности по мере утверждения и развития постиндустриальной экономики. Поэтому возникает объективная задача оптимального распределения этих дефицитных ресурсов для получения максимального эффекта их использования при решении наиболее сложных и актуальных задач.

В настоящее время ресурс времени креативных работников распределяется руководителями фирмы интуитивно, исходя их собственного опыта и принципа максимума ожидаемых выгод при минимуме ожидаемых неприятностей, что в большинстве случаев не поддается формализации. Такие ситуации возникают при дефиците высококвалифицированных рабочих, управленческих кадров, адвокатов, следователей, врачей, научных работников, педагогов и пр., когда потребность в услугах этих креативных служащих превышает их временной ресурс.

В зависимости от различных вариантов такого распределения возникают неодинаковые потери от дефицита этих ресурсов, которые вследствие сложности задачи и отсутствия необходимой информации не учитываются. Между тем, они могут быть довольно значительными, поэтому возникает необходимость минимизировать эти потери при распределении времени креативных работников между различными объектами применения этих услуг.

Математическая постановка задачи минимизации потери любой фирмы, оказывающей интеллектуально-креативные услуги

Предполагается, что распределение имеющегося у фирмы интеллектуально-креативного ресурса

R, меньшего потребности P в нем, можно заменить распределением отклонения $d = P - R$. Указанное отклонение условно названо дефицитом. Предположим, что есть n объектов, которые пользуются этими услугами и которым руководство при распределении ограниченного ресурса автоматически устанавливает меру дефицитности $d_1, d_2, ..., d_n$. Издержки дефицитности являются функциями дефицита и равняются соответственно $E_1(d), E_2(d), ..., E_n(d)$. Предположим, что $E_i(d)$ неотрицательны и возрастают с увеличением d, т.е. $E'(d) > 0$. $E'(d)$ назовем предельными издержками дефицитности. Допустим, что и $E'(d)$ возрастает с увеличением d, т.е. $E''(d) > 0$. Это равносильно предположению, что стоимостная функция издержек задана в классе выпуклых функций, т.е. цена дефицита растет с увеличением размера дефицита.

Задача заключается в таком распределении d между клиентами, чтобы суммарные издержки дефицитности были минимальными. Математическая постановка задачи такова: найти такие значения переменных $d_1, d_2, ..., d_n$, чтобы

$$E = \sum_{i=1}^{n} Ei(d) \to \min \qquad (1),$$

при соблюдении следующих побочных условий:

$$\sum d_i = P - R \qquad (2)$$

и при граничных условиях $d_i \geq 0$.

С математической точки зрения речь идет об определении экстремума функции многих переменных, который будем искать методами дифференциального программирования. Ищем вспомогательную функцию Лагранжа в виде:

$$L = \sum \mathrm{E}_i(d) - l\left[\sum d_i - P + R\right] \quad ,$$

$L = min$, если $E'_i(d) = l$ и, следовательно, распределение дефицита оптимально, если предельные издержки дефицитности у всех потребителей равны между собой. Всего будет $(n - 1)$ таких уравнений, из которых определяется $(n - 1)$ неизвестных d_i. Последнее d_i определяется из балансового уравнения (2).

Это же условие можно вывести логическим путем. Если бы предельные издержки дефицитности у отдельных потребителей услуг не были равны, то было бы выгодно перераспределить дефицит, переместив его частично от потребителей услуг с высокими предельными издержками к потребителям услуг с более низкими предельными издержками. Это привело бы к снижению суммарных издержек от дефицитности. Если у всех потребителей услуг предельные издержки дефицитности одинаковы, то можно говорить об общих предельных издержках по всей управленческой структуре. Они равняются L. В этом заключается экономический смысл множителей Лагранжа.

Если распределение не оптимально, то предельные издержки

ресурс времени креативных работников распределяется руководителями фирмы интуитивно

у различных потребителей услуг не одинаковы, и в этом случае нельзя говорить о таких-то общих для всех потребителей предельных издержках, которые будут неодинаковы у потребителей услуг. Таким образом, если при распределении дефицита не имеет места проблема риска, то оптимальное распределение ресурса (р) по отдельным потребителям услуг должно быть таким, чтобы предельные издержки у всех потребителей услуг были одинаковы.

В действительности фактический дефицит под воздействием различных случайных причин может отличаться от ожидаемого дефицита d_i. Обозначим через β так называемый коэффициент неопределенности, на который следует умножить ожидаемого дефицит, чтобы получить фактический дефицит. Коэффициент β есть случайная величина, которая принимает различные значения с определенной вероятностью или с определенной плотностью вероятности. Для упрощения будем считать коэффициенты неопределенности β непрерывными случайными переменными, т.е. принимать, что для каждого β существует определенная и известная функция плотности вероятности $f(\beta_i)$. В частном случае она может характеризоваться нормальным законом распределения, когда математическое ожидание фактического дефицита у *i*-го потребителя равно плановому

$$\mathrm{M}(\beta_i d_i = d_i * \mathrm{M}(\beta_i) = d_i \ . \qquad (3)$$

Пусть дисперсия возможного отклонения фактического дефицита от ожидаемого

$$\delta^2(d - \sum_{i+1}^{n} \beta_i d_i)$$

не должна превышать заранее определенной величины *k*

$$\delta^2(d - \sum_{1}^{n} \beta_i d_i) = \delta^2 \sum_{1}^{n} \beta_i d_i = \\ = \sum_{1}^{n} \delta^2(\beta_i d_i) = \sum_{1}^{n} d_i^2 \delta^2(\beta_i) \ , \qquad (4)$$

Математическая формулировка задачи – найти такие неотрицательные $d_1, d_2, \ldots, d_n$, чтобы суммарные издержки дефицитности были минимальны, т.е.

$$\mathrm{E} = \sum \mathrm{E}_i(d_i) + \alpha(d - \sum \beta_i d_i) = \min \ , \qquad (5)$$

где α – удельные издержки, связанные с получением единицы дефицитного продукта, например путем аутсорсинга.

Побочные условия

если при распределении дефицита не имеет места проблема риска, то оптимальное распределение ресурса по отдельным потребителям услуг должно быть таким, чтобы предельные издержки у всех потребителей услуг были одинаковы

$$\sum_{i+1}^{n} \beta_i d_i = d \quad . \qquad (6)$$

$$\delta^2(d - \sum \beta_i d_i) = \sum d_i^2 \delta^2(\beta_i) \le \mathrm{K} \quad . \qquad (7)$$

Функция Лагранжа:

$$L = \sum \mathrm{E}_i(d_i) + \alpha(d - \sum \beta_i d_2) + \lambda_1(d -$$

$$- \sum \beta_i d_i) + \lambda_2\left[\sum (d_i^2 * b_i^2)(\beta_i) - k\right] \quad . \qquad (8)$$

$$\mathrm{E}'(d_i) - \alpha - \lambda_1 + 2\lambda_2 b_i^2(\beta_i) d_i = 0 \quad . \qquad (9)$$

$$\mathrm{E}'(d_i) - \alpha - \lambda_1 - 2\lambda_2 b_i^2(\beta_i) d_i \quad . \qquad (10)$$

$$(i = 1,2,\ldots\ldots,n)$$

Выражение (9) получено дифференцированием (8) по d_i уравнения (10), число которых равняется n, и дополнительные условия (6) и (7) определяют $n + 2$ переменных d_i, а также λ_1 и λ_2 . $E'_i(d_i) - \alpha$ – разность между предельными издержками и удельными издержками можно назвать чистыми предельными издержками. В случае отсутствия проблемы риска чистые предельные издержки равны λ_1. При наличии риска чистые предельные издержки уменьшаются на величину $2\lambda_2 b_i^2(\beta_i) d_i$. Побочные условия (7) означают, что дисперсия отклонения фактического дефицита от ожидаемого не должно превосходить заранее фиксированной величины k, являющейся пределом риска, на который можно пойти при распределении дефицита.

В терминах неоклассической тории риска данную задачу можно сформулировать следующим образом. Необходимо так распределить ожидаемые дефициты $d_1, d_2, \ldots, d_n$ между отдельными потребителями, чтобы суммарные издержки дефицитности были минимальны:

$$\mathrm{E} = \sum_{i+1}^{n} \mathrm{E}_i(d_i) = \min \quad ,$$

рациональная интеллектуальная составляющая сохраняется при оценке специалистов креативного класса и их поиске

причем должны выполняться следующие балансовые условия:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \beta_i = d \quad . \qquad (12)$$

$$P(\sum d_i \beta_i < d) \le p_0 \quad . \qquad (13)$$

Зависимость (13) означает, что вероятность появления дефицита, а следовательно, и вероятность возникновения непредвиденных хозяйственных трудностей не должна превышать некоторой заранее установленной величины P_o, которую можно назвать коэффициентом риска.

Решая данную задачу, как и ранее, методом множителей Лагранжа:

$$L = \sum \mathrm{E}_i(d_i) - \lambda_1(\sum \beta_i d_i - d_i) -$$

$$- \lambda_2\left[P(\sum d_i \beta_i < d) - P_0\right] = \min \quad . \qquad (14)$$

Вычисляя частные производственные функции λ и приравнивая их к нулю, имеем, что

$$\mathrm{E}'_i(d_i) - \lambda_1 - \lambda_2 \frac{\partial p}{\partial d_i} = 0 \quad . \qquad (15)$$

или

$$\mathrm{E}'_i(d_i) - \lambda_2 \frac{\partial p}{\partial d_i} = \lambda_1 \quad . \qquad (16)$$

Условие (16) означает, что распределение ожидаемого дефицита

оптимально, если разность между предельными издержками $E'_i(d_i)$ и произведением $\lambda_2 * \partial p / \partial d_i$ для каждого потребителя одинакова. Если отбросить условие (12), по которому общий фактический дефицит не может превышать общий внутриплановый дефицит и, следовательно, принять $\lambda_1 = 0$, то получим следующее условие оптимальности распределения дефицита:

$$E'_i(d_i) - \lambda_2 \frac{\partial p}{\partial d_i}, \quad (i = 1,2,.....,n) \qquad (17)$$

Условие (17) можно записать в виде

$$\lambda_2 = \frac{E'_i(d)}{\partial p / \partial d_i} \quad (i = 1,2,.....,n), \qquad (18)$$

откуда следует, что распределение оптимально, если предельные издержки дефицитности, приходящиеся на единицу вероятности возникновения дефицита, для всех потребителей услуг одинаковы. Это как бы «цена», которую мы готовы заплатить за уменьшение на единицу вероятности возникновения дефицита. Иными словами, λ_2 – это коэффициент взаимозаменяемости между предельными издержками дефицитности и вероятностью возникновения дефицита. Данное рассмотрение предполагает, что функция вероятности возникновения дефицита известна.

Однако рациональная интеллектуальная составляющая сохраняется при оценке специалистов креативного класса и их поиске, при формировании мотивационных механизмов для продуцентов интеллектуально-креативных услуг и производственных коллективов на рынке этих услуг, а также при оценке их эффективности.

Литература

1. Ланге О. Оптимальные решения. – М. : Прогресс, 1967.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций. – М.: Мир, 1972.
3. Масарович М., Мако Д., Такахара Д. Теория иерархических многоуровневых систем. – М. : Мир, 1973.

КЭ

в журнале *креативная экономика*,
входящем в перечень изданий,
рекомендуемых ВАК для публикации
результатов научных исследований,

можно опубликовать научную статью
в кратчайшие сроки
звоните по телефону (495) 648 6241
пишите по адресу **editor@CreativEconomy.ru**
или узнайте условия на сайте **www.CreativEconomy.ru**