В. К. Селюков
доцент кафедры "Финансы" МГТУ им. Н. Э. Баумана

Управление рисками с помощью опционов

Продолжение. Начало в №№ 11, 12/2003, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, /2004, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9 /2005

Паритет цен европейских *Call* и *Put* опционов

Несмотря на то, что модель Блэка-Шоулза создана для европейского опциона $Call$, разрабатывать специальную модель для оценки стоимости европейского опциона Put не требуется. Такая модель может быть легко получена на основе паритета цен европейских опционов $Call$ и Put, вытекающего из теоремы «пут колл эквивалентности».

Существо этой теоремы может быть продемонстрировано на примере выполнения некоторым лицом серии финансовых операций.

В какой-то исходный момент времени выполняются следующие операции:

1) продан по цене V_C один опцион $Call$ со сроком исполнения t и ценой «страйк» X;

2) куплен по цене V_P один опцион Put также со сроком исполнения t и ценой «страйк» X;

3) куплен по цене S базовый актив в объёме одного опционного контракта;

4) взят кредит на период t в размере $X \cdot e^{-rt}$ (r – непрерывно начисляемая безрисковая процентная ставка).

Совокупный денежный поток при совершении этих сделок будет равен значению

$$V_C - V_P - S + X \cdot e^{-rt}.$$

По истечении времени t (в момент времени исполнения опционов), независимо от цены базового актива, возвращается кредит в размере X. Другие действия будут зависеть от складывающейся на рынке цены базового актива S_t. Возможны три ситуации:

1) $S_t > X$. В этом случае опцион $Call$ «в деньгах» и будет исполнен. Продавец опциона поставляет базовый актив по цене X. Вырученная продавцом сумма целиком

идёт на погашение кредита. Опцион Put оказался «вне денег» и поэтому исполняться не будет. В результате чистый поток денежных средств будет равен нулю:

2) $S_t < X$. В этой ситуации опцион $Call$ «вне денег» и исполняться не будет. Опцион Put «в деньгах» и исполняется. Владелец опциона продаёт базовый актив по цене X . Вырученная им сумма целиком идёт на погашение кредита. Чистый поток денежных средств опять равен нулю.

3) $S_t = X$. В этом маловероятном случае оба опциона «на деньгах» и исполняться не будут. Базовый актив продаётся по рыночной цене X . Полученная сумма целиком идёт на погашение кредита. И в этом случае чистый денежный поток равен нулю.

Таким образом, во всех случаях проведённая совокупность финансовых операций приводит к нулевому чистому денежному потоку. То есть, итоговая стоимость рассматриваемого портфеля для любого значения t равна нулю. На основании этого можно сделать вывод, что и начальная стоимость портфеля также равна нулю.

$$V_C - V_P - S + X \cdot e^{-rt} = 0 \ .$$

Если бы это равенство не выполнялось, то появлялась бы возможность совершения арбитражных сделок и получения безрисковой прибыли.

Полученное выражение позволяет производить оценку стоимости опциона Put по известной оценке стоимости опциона $Call$:

$$V_P = V_C - S + X \cdot e^{-rt} \ .$$

Коэффициенты чувствительности опционов

Как отмечалось ранее, стоимость опционного контракта зависит от целого ряда факторов. Такими факторами, в частности, являются: цена базового актива (S) при фиксированной цене «страйк» (X), время до истечения контракта (t), безрисковая процентная ставка (r), волатильность рынка базового актива (σ). Абсолютное изменение этой стоимости, например, для опциона $Call$ (ΔV_C), может быть в первом приближении представлено в следующем виде:

$$\Delta V_C = \frac{\partial V_C}{\partial S} \cdot \Delta S + \frac{\partial V_C}{\partial t} \cdot \Delta t + \frac{\partial V_C}{\partial r} \cdot \Delta r + \frac{\partial V_C}{\partial \sigma} \cdot \Delta \sigma =$$
$$= \text{äåëüòà} \cdot \Delta S + \text{òåòà} \cdot \Delta t + \text{ðî} \cdot \Delta r + \text{âåãà} \cdot \Delta \sigma ,$$

где *дельта, тета, ро* и *вега* – коэффициенты чувствительности стоимости опциона.

В процессе управления рисками возникает необходимость в оценке указанных и ряда других коэффициентов чувствительности.

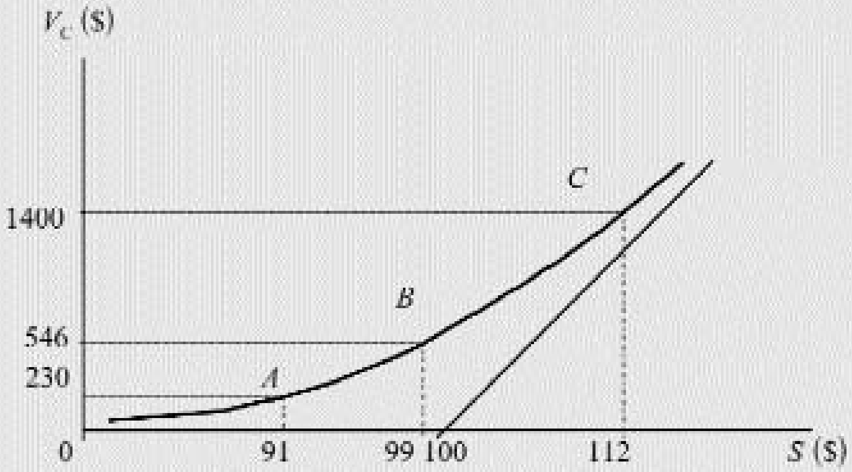

Рис. 5. График зависимости стоимости опциона *Call* от цены базового актива

Коэффициент дельта

Коэффициент дельта (Δ) – это параметр, характеризующий чувствительность стоимости опциона (премии) к изменению цены базового актива.

$$\Delta = \frac{\partial V_c}{\partial S}.$$

Если провести соответствующие вычисления, используя модель Блэка-Шоулза, то можно получить значения коэффициентов дельта для европейских опционов *Call* и *Put*, выписанных на акции, по которым не выплачиваются дивиденды.

$$\Delta_C = N(d_1); \qquad \Delta_P = N(d_1) - 1,$$

где Δ_C – коэффициент дельта опциона *Call*;

Δ_P – коэффициент дельта опциона *Put*;

$N(d_i)$ – кумулятивная функция стандартного нормального распределения (вероятность того, что значение нормально распределенной переменной меньше или равно $d_i (i = 1,2)$);

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + rt + \sigma^2 \frac{t}{2}}{\sigma\sqrt{t}};$$

$$d_2 = \frac{\ln(\frac{S}{X}) + rt - \sigma^2 \frac{t}{2}}{\sigma\sqrt{t}} = d_1 - \sigma\sqrt{t},$$

S – текущий курс акций;

r – непрерывно начисляемая безрисковая ставка процента;

T – число лет до даты истечения опциона;

X – цена исполнения опциона (цена «страйк»);

σ^2 – дисперсия годовой доходности акций (характеризует волатильность рынка).

Более детальное рассмотрение коэффициента *дельта* удобно осуществить на конкретном примере (рис. 5). На этом рисунке представлена зависимость стоимости $Call$ -опциона на сто акций одного из эмитентов от цены базового актива (кривая линия). На рис. 5 также отражена внутренняя стоимость опциона в виде прямолинейных отрезков.На рис. 5 обозначены три характерные точки: A, B, C. В точке A (91, 230) опцион вне денег. Если цена акций увеличится или уменьшится на небольшую величину, например, на $0,1, то стоимость опционного контракта увеличится или уменьшится на $3. Хотя объём контракта 100 акций, в точке A он ведёт себя так, будто исполнение может произойти только на 30 акций. Стоимость опциона изменяется так, как изменялась бы стоимость портфеля, состоящего только из части лота акций, на который был выписан контракт. Эта часть (30/100 = 0,3) и представляет собой *дельту* в точке A.

В точке B (99, 546) опцион на деньгах. В этой точке стоимость опциона изменяется так, как изменялась бы стоимость портфеля, состоящего из 50 акций. Здесь *дельта* равна 0,5 (50/100).

В точке C (112, 1400) опцион в деньгах. В этой точке стоимость опциона изменяется так, как изменялась бы стоимость портфеля, состоящего из 80 акций. То есть, *дельта* равна 0,8 (80/100).

Выше точки C опцион глубоко в деньгах. По мере роста цены акций стоимость опциона также продолжает расти. *Дельта* приближается к единице. В этом случае изменение в стоимости опциона в точности повторяет изменение в стоимости 100 акций.

Ниже точки A (опцион глубоко вне денег) стоимость опциона и *дельта* стремятся к нулю.

Таким образом, для длинного $Call$ опциона коэффициент чувствительности *дельта* изменяется от 0 до 1.

Продолжение следует

pm